

**EXAMENUL NAȚIONAL PENTRU DEFINITIVARE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR**  
**20 iulie 2022**

**Probă scrisă**  
**MATEMATICĂ**

**Varianta 3**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

**I. FELADASOR**

**(60 pont)**

1. Legyenek  $x_1$  és  $x_2$  az  $(m-1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$  egyenlet gyökei, ahol  $m$  egy valós szám,  $m \neq 1$ .
- 7p a) Igazolja, hogy  $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 4$ , bármely  $m$ ,  $m \neq 1$  valós szám esetén!
- 8p b) Bizonyítsa be, hogy **nem** létezik egyetlen olyan  $m$  valós szám sem, amelyre  $x_1, x_2 \in (-2, 1)$ .
2. Adott az  $ABCD$  téglalap, amelyben  $AB = 5\sqrt{3}$  cm,  $BC = 5$  cm, valamint az  $O$  pont az  $AC$  és  $BD$  átlók metszéspontja. Az  $O$  pontban a  $BD$  egyenesre állított merőleges egyenes, az  $AB$  és  $AD$  egyeneseket az  $E$ , illetve  $F$  pontokban metszi.
- 7p a) Igazolja, hogy az  $AFBC$  négyszög területe  $25\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.
- 8p b) Határozza meg az  $AC$  és  $DE$  egyenesek által meghatározott szög mértékét!
3. Legyenek  $x_1$ ,  $x_2$  és  $x_3$  az  $f = X^3 + X^2 + aX + 1$  polinom gyökei, ahol  $a$  egy valós szám.
- 7p a) Bizonyítsa be, hogy  $\frac{1}{x_1^3 + x_1^2 + 1} + \frac{1}{x_2^3 + x_2^2 + 1} + \frac{1}{x_3^3 + x_3^2 + 1} = 1$ , bármely  $a$  nemnulla valós szám esetén!
- 8p b) Határozza meg azon  $a$  egész számokat, amelyekre az  $f$  polinomnak egy gyöke egész szám!
4. Adott az  $f: (-3, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln \frac{x+5}{x+3}$  függvény.
- 7p a) Igazolja, hogy  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2 \ln n - (f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n))) = \ln 20$ .
- 8p b) Határozza meg azon  $p$ ,  $q$  és  $r$  egész számokat, amelyekre az  $f$  függvény grafikus képe, az  $Ox$  tengely, valamint az  $x=0$  és  $x=1$  egyenletű egyenesek által határolt síkidom területe  $p \ln 2 + q \ln 3 + r \ln 5$ .

**II. FELADTSOR**

**(30 pont)**

Az alábbiakban a VII. osztályos matematika tanterv egy részlete látható.

**Competențe specifice și exemple de activități de învățare**

Clasa a VII-a
<b>1.2. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Recunoașterea unor relații matematice care reprezintă ecuații</li><li>- Identificarea necunoscutei, coeficienților, termenilor liberi ai unei ecuații</li><li>- Furnizarea unor exemple de relații matematice care reprezintă ecuații sau sisteme de ecuații liniare</li><li>- Identificarea și notarea datelor cunoscute și a datelor necunoscute în cazul problemelor care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau sistemelor de ecuații</li></ul>
<b>2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Verificarea, prin calcul, că un număr dintr-o enumerare este soluție a unei ecuații</li><li>- Verificarea, prin calcul, a soluției unui sistem de ecuații liniare</li><li>- Verificarea, prin calcul, că un număr real este soluție comună a unor ecuații</li></ul>
<b>3.2. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- Aducerea unor egalități la o formă mai simplă prin transformări echivalente</li><li>- Aplicarea transformărilor pentru obținerea unor sisteme de ecuații liniare echivalente</li><li>- Utilizarea probei pentru justificarea unui rezultat obținut</li></ul>

**4.2. Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare**

- Rezolvarea unor ecuații de forma  $ax + b = 0$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$
- Utilizarea metodelor de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare (metoda reducerii și metoda substituției)
- Verificarea validității unei soluții a unei ecuații sau a unui sistem de ecuații

**5.2. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare**

- Utilizarea transformărilor echivalente a ecuațiilor pentru fundamentarea unei metode de rezolvare
- Evidențierea unor soluții asociate unei ecuații liniare în cadrul unui sistem de ecuații (de exemplu, observarea faptului că fiecare dintre ecuațiile unui sistem de ecuații liniare are mai multe soluții)
- Compararea metodelor de rezolvare a unor sisteme de ecuații liniare

**6.2. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare**

- Transpunerea relațiilor cuprinse într-o situație dată sub formă de ecuații
- Rezolvarea unor probleme având conținut practic, utilizând ecuații sau sisteme de ecuații liniare
- Utilizarea estimărilor pentru încadrarea într-un ordin de mărime a soluției unei ecuații

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Algebră	<p><b>2. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități</li> <li>• Ecuații de forma <math>ax + b = 0</math>, unde <math>a, b \in \mathbb{R}</math>; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente</li> <li>• Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvare prin metoda substituției și/sau prin metoda reducerii</li> <li>• Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare</li> </ul>

**Notă:** Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

A fenti részletben található információkat felhasználva, dolgozzon ki három itemet – egy rövid válasz-, egy feleletválasztós- és egy strukturált kérdés típusú itemet – amelyekkel a „Lineáris egyenletek és egyenletrendszerek” tanítási egység végén felmér.

Az itemek kidolgozásakor vegye figyelembe a következő szempontokat:

- a felmériendő sajátos kompetencia megnevezése;
- a tanulási tevékenység megnevezése, amelynek keretén belül alkalmazná ezt az itemet;
- mindegyik kidolgozott itemtípus formai követelményeinek betartása;
- a várható válasz kidolgozása (javítókulcs);
- a tartalom tudományos helyessége.