

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

13 iulie 2022
Probă scrisă
MATEMATICĂ

Variantă 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

1. Adott az $E(z) = \frac{z}{z^2 + 3z + 1}$ kifejezés, ahol $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$.
- 5p a) Határozza meg a $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ számokat, amelyekre $E(z) = \frac{1}{3}$.
- 5p b) Igazolja, hogy bármely olyan $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ esetén, amelyre $|z| = 1$, az $E(z)$ valós szám!
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy ha $E(z)$ valós szám, akkor $|z| = 1$.
2. Adott az A -ban derékszögű ABC háromszög. Az ABC és ACB szögek BM és CN szögfelezői az I pontban metszik egymást, ahol $M \in AC$, $N \in AB$. A P pont az MN szakasz felezőpontja, és a D pont rajta van a BC -n úgy, hogy $MD \perp BC$.
- 5p a) Igazolja, hogy az MB félegyenes az AMD szög szögfelezője!
- 5p b) Bizonyítsa be, hogy $AI = DI$.
- 5p c) Bizonyítsa be, hogy a PI és BC egyenesek merőlegesek egymásra!

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az n , $n \geq 2$ természetes szám és (G, \circ) egy olyan csoport, amelyben $x^n = e$, bármely $x \in G$ esetén, ahol e a (G, \circ) csoport semleges eleme és $x^k = \underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{k\text{-szor } x}$, $k \in \mathbb{N}^*$.
- 5p a) Ha $x \in G$ igazolja, hogy x -nek a „ \circ ” művelet szerinti szimmetrikusa x^{n-1} .
- 5p b) Ha $n = 2$ bizonyítsa be, hogy a (G, \circ) csoport kommutatív!
- 5p c) Legyen $f: \mathbb{Q} \rightarrow G$ egy $(\mathbb{Q}, +)$ és (G, \circ) csoportok közötti morfizmus. Igazolja, hogy $f(x) = e$, bármely x racionális szám esetén!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2}$ függvény.
- 5p a) Igazolja, hogy $f'(x) = 1 + \frac{2x}{(x^2 + 1)(x^2 + 2)}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Határozza meg az f függvény grafikus képe azon érintőjének egyenletét, amely párhuzamos az f függvény grafikus képének $+\infty$ -hez tartozó ferde aszimptotájával!
- 5p c) Bármely $n \in \mathbb{N}^*$ esetén jelölje S_n a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f(x) - x + \ln(x^2 + 2)$ függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = 0$ és $x = n$ egyenletű egyenesek által határolt síkidom területét. Bizonyítsa be, hogy $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} S_n \right) = +\infty$.

III.FELADATSOR

(30 pont)

Az alábbiakban a VIII. osztályos matematika tanterv egy részlete látható.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VIII-a	
1.1. Recunoașterea apartenenței unui număr real la o mulțime	<ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea pe axa numerelor a intervalelor de numere reale - Reprezentarea pe axa numerelor a intervalelor făcând legătura între tipurile de intervale și submulțimile drepte - Identificarea apartenenței unui element la o mulțime definită printr-o proprietate a elementelor ei
2.1. Efectuarea unor operații cu intervale numerice reprezentate pe axa numerelor sau cu mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei	<ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea pe axa numerelor a intersecției a două intervale - Reprezentarea pe axa numerelor a reuniunii a două intervale cu intersecția nevidă - Verificarea faptului că un număr este soluția unei inecuații - Verificarea apartenenței unui obiect la o mulțime pe baza unei/unor proprietăți a/ale elementelor acesteia
3.1. Utilizarea unor procedee matematice pentru operații cu intervale și rezolvarea inecuațiilor în \mathbb{R}	<ul style="list-style-type: none"> - Aproximarea numerelor reale pentru reprezentarea unor intervale - Reprezentarea unui interval sub forme echivalente (notație, reprezentarea pe axa numerelor) - Transformarea unei inecuații într-o inecuație echivalentă folosind proprietățile relației de ordine
4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunilor de mulțime, de interval numeric și de inecuații	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizarea terminologiei specifice intervalelor de numere reale în contexte interdisciplinare - Rezolvarea unei inecuații de forma $ax + b < c$ (\leq), unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c \in \mathbb{R}$ - Selectarea, dintr-o mulțime dată, a elementelor care verifică o condiție suplimentară
5.1. Interpretarea unei situații date utilizând intervale și inecuații	<ul style="list-style-type: none"> - Rezolvarea unor inecuații de forma $ax + b < 0$, ($>$, \leq, \geq), unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$ - Descrierea mulțimii soluțiilor unei probleme printr-o proprietate care le caracterizează - Rezolvarea de inecuații de forma $\frac{a}{bx + c} < 0$, ($>$, \leq, \geq), unde $a, b \in \mathbb{R}^*$, $c \in \mathbb{R}$
6.1. Rezolvarea unor situații date, utilizând intervale numerice sau inecuații	<ul style="list-style-type: none"> - Estimarea erorii unui calcul aproximativ cu numere reale - Utilizarea de estimări pentru a compara/ordona numere reale în diferite contexte - Modelarea unei situații concrete utilizând inecuații studiate - Interpretarea soluțiilor unei inecuații în rezolvarea unor probleme concrete

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Mulțimi. Numere	1. INTERVALE DE NUMERE REALE. INECUAȚII ÎN \mathbb{R} <ul style="list-style-type: none"> • Mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor • Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor; intersecția și reuniunea intervalelor • Inecuații de forma $ax + b \geq 0$, (\leq, $<$, $>$), unde $a, b \in \mathbb{R}$

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Felhasználva a fenti részletben található információkat, dolgozzon ki egy felmérőt, amellyel a megjelölt sajátos kompetenciák kialakulását/fejlődését méri fel az „**Intervallumok. Egyenlőtlenségek \mathbb{R} -ben**” tanítási egység végén. A felmérő tartalmazza öt itemet: egy *kiegészítő*-, egy *rövid válasz*-, egy *feleletválasztós*-, egy *strukturált kérdés*- és egy *feladatmegoldó* típusú itemet.

Minden javasolt item esetén:

- nevezze meg a felmérendő sajátos kompetenciát;
- nevezze meg azt a tanulási tevékenységet, amelynek keretén belül alkalmazná ezt az itemet;
- írja le ezen típusú item alkalmazásának egy előnyét;
- írja le ezen típusú item alkalmazásának egy hátrányát;
- tartsa be az itemtípus formai követelményét;
- tartsa be a tudományos helyességet, beleértve a várható választ is.